

A Belluzzi ciò che è di Belluzzi

Paolo Rugarli

Ingegnere Strutturista

Milano

Inviato alla rivista INARCOS

e per conoscenza al forum "SISMICA" della Regione Emilia Romagna

Ricevo regolarmente la rivista INARCOS (Ingegneri Architetti Costruttori), ed ho ricevuto anche il numero dedicato al Prof. Odone Belluzzi, un Maestro della Scienza delle Costruzioni che non necessita presentazioni.

Questo numero di INARCOS richiede, a mio parere, qualche pubblico commento, poiché mi pare che in esso siano contenute alcune contraddizioni, certo non espressamente volute, che mi sento di dover evidenziare e possibilmente dibattere.

La copertina della rivista riporta un ritratto del Professor Belluzzi. Io non l'ho conosciuto, sono troppo giovane. Ma vedo che il ritratto di quest'uomo mostra una persona concentrata e attenta, direi quasi dolorosamente intenta. Un grande Maestro. Io ho una idea di cosa siano i grandi Maestri: sono uomini in primo luogo intellettualmente onesti, che si sforzano di comprendere e poi di spiegare. Si sforzano di rendere comprensibili le idee che vengono prima degli sviluppi formali. I grandi Maestri hanno spesso grandi Allievi. Il loro ricordo dura.

Ho pensato che il numero, contenente articoli "*appositamente scritti in suo onore a 50 anni dalla scomparsa*", come scritto in copertina, mi avrebbe aiutato a capire meglio la sua figura: chi fosse stato veramente, come avesse vissuto, quali battaglie di pensiero avesse affrontato. La sua vita. Così ho sfogliato con interesse le prime pagine, cercando conferma al mio desiderio.

Inizialmente la mia speranza non è andata delusa. Ho letto infatti un bell'articolo del Prof. Piero Pozzati, [1], (anche lui non ha bisogno di presentazioni), che rievoca la figura del Maestro delineandone con sapienza alcuni tratti salienti. In ciò che ha scritto il Prof. Pozzati ho trovato conferma a quello che sapevo solo genericamente: Odone Belluzzi era un grande Maestro. Leggo infatti nell'articolo del Prof. Pozzati che "sussisteva un generale sentimento di reverenza, ossia di affetto oltrechè di ammirazione da parte degli studenti per il loro Maestro[...]. Belluzzi aveva un modo affascinante e tutto Suo di esporre i concetti e di incatenare l'attenzione dell'uditorio [...]". Belluzzi costellava le dimostrazioni teoriche "con numerose osservazioni sia sul significato fisico sia sulla portata delle ipotesi introdotte, sia, e soprattutto, *sulla possibilità di ottenere per vie brevi e semplificate, ma di immediata intelligibilità, i risultati*" (corsivo mio).

Insomma, uno studioso che voleva farsi capire in quanto il Suo obiettivo era insegnare, non dimostrare di essere bravo. Appunto: un Maestro.

Dopo l'articolo del Prof. Pozzati c'è un secondo articolo ([2]), intitolato "Analisi di affidabilità per la valutazione probabilistica di strutture in c.a. in zona sismica", un articolo che ho letto capendone ben poco (lo dichiaro pubblicamente senza tema di vergogna) benché mi occupi espressamente di ingegneria strutturale e meccanica computazionale dal 1987. Non l'ho capito ma vorrei commentarlo, e la contraddizione è solo apparente.

Infatti penso, e mi permetto sommessamente di dire, che questo articolo non abbia molto a che fare con Odone Belluzzi, né in senso stretto, né in senso lato. Non in senso stretto poiché il Professore non è nemmeno citato; non in senso lato poiché penso che lo spirito del metodo di Belluzzi, così chiaramente ricordato dal Prof. Pozzati, sia stato sostanzialmente ribaltato. Dunque se l'articolo è stato scritto in suo onore penso che Belluzzi, - se devo credere, come credo, al Belluzzi delineato dal Prof. Pozzati -, non sarebbe stato troppo d'accordo. L'articolo in questione – se posso esprimere una opinione – pare il contrario del metodo del Maestro Belluzzi. Cosa si riproponevano gli Autori? Farsi capire? Non credo. Se per ipotesi molti fossero nella mia stessa condizione di non aver capito, mi chiedo: a che scopo pubblicare questo genere di articoli? E poi, senza voler entrare nel dettaglio, arrivando alle conclusioni, quale ingegnere può credere al fatto che si calcolino "probabilità di crisi dei vari elementi" con numeri come " 7.292×10^{-6} ", oppure " 4.166×10^{-11} "? Chi può credere a questa mirabolante precisione, stanti tutte le spaventose incertezze che gravano su tutta la materia, quale che sia il metodo impiegato? (Le strutture esistenti? Le leggi costitutive del calcestruzzo armato sotto carichi ciclici per strutture esistenti? I terremoti? La legge di attenuazione di Sabetta-Pugliese? Le distribuzioni lognormali? I terremoti "equiprobabili"? Lo "storico metodo di Cornell"? "Le singole crisi come eventi indipendenti"?).

Già in un precedente lavoro ([3]) avevo ricordato a me stesso ed ai miei lettori l'opera di Bruno De Finetti, un grande studioso di probabilità, il quale ha negato alcun valore oggettivo al calcolo delle probabilità stesso. In occasione del SAIE 2006 sono stato a Bologna e ho avuto la fortuna di trovare sia il suo monumentale e ormai introvabile lavoro "Teoria della Probabilità" ([4]), che sto avidamente leggendo con crescente ammirazione, sia una raccolta di suoi saggi intitolata "La logica dell'incerto" ([5]), densa di considerazioni utili per un ingegnere strutturista come me. Proprio in quel giorno, nell'Ateneo bolognese era presente un convegno internazionale dedicato a De Finetti, credo nella Facoltà di Matematica, a riprova del fatto che non stiamo parlando di un oscuro studioso dimenticato, ma di uno dei massimi esperti di teoria della probabilità mai esistiti.

Dai libri di De Finetti, a onore suo ed a vantaggio di tutti noi, e fatti salvi gli ulteriori approfondimenti che sembrano sin d'ora necessari, mi permetto di mettere in rilievo qualche breve indicativo passo sul quale riflettere, in modo generale, sul problema della probabilità.

Occorre, intanto, menzionare, per chi non lo sapesse, che nella concezione qui seguita e sostenuta esistono soltanto probabilità soggettive: grado di fiducia – in inglese *degree of belief* – di un dato soggetto, in un dato istante e con un dato insieme di informazioni, riguardo al verificarsi di un evento. Ciò si contrappone ad altre concezioni che si limitano a speciali tipi di casi in cui esse attribuiscono un senso a delle “probabilità oggettive” ([4], pag. 6).

Fu solo dopo aver analizzato e rimescolato in tutti i modi le concezioni oggettivistiche per tentare di ricavarne qualcosa, giungendo invece alla sicura constatazione che erano tutte irrimediabilmente illusorie, [...] fu solo dopo tutto questo duro e profondo travaglio che mi sono convinto, e tutto mi è apparso chiaro.

Per il soggettivista tutto è chiaro e rigoroso quando esprime qualcosa riguardo alla valutazione di probabilità di qualcuno, valutazione che è quella che è. Essa avrà, per lui, delle motivazioni, che potremo conoscere o non conoscere, condividere o non condividere, che potremo (con giudizio “soggettivo al quadrato”: soggettivo nostro riguardo al soggettivo altrui) giudicare più o meno “ragionevoli”, e che potranno più o meno essere più o meno vicine a quelle di poche o molte o tutte le altre persone ([4], pag. 11).

L'oggettivista vorrebbe invece ignorare le (effettive o ipotetiche) valutazioni, e risalire alle circostanze che possono servire di base per motivazioni che condurrebbero a valutazioni. Non potendo inventare metodi di sintesi comparabili come potenza e perspicacia a quelli dell'intuito umano, né costruire robot capaci di tanto, si contenta compiaciuto di schematizzazioni semplicistiche di casi semplicissimi basate sul trascurare ogni conoscenza tranne un unico elemento che si presta ad utilizzazione nel modo più grossolano.

Un'altra conseguenza è questa. Per il soggettivista, che sa quanta cautela occorra per mantenersi entro i confini del realismo, sarà gran cura di non allontanarsi dalla considerazione di casi immediatamente vicini e direttamente interessanti. Per l'oggettivista, che alla realtà mutevole e sfuggente sostituisce l'astrazione di modelli schematizzati, è irresistibile la tentazione inversa: anziché impegnarsi (sia pure in senso probabilistico, il solo valido) a dir qualcosa per il caso specifico che interessa, preferisce “fuggire in avanti” occupandosi del problema asintotico di moltissimi casi, o addirittura baloccandosi con problemi illusori contemplanti infiniti casi, dove può azzardarsi senza rischi a far passare i suoi risultati come “predizioni certe” ([4] pag. 12).

In senso più generale, sembra che molte delle concezioni correnti considerino come un successo l'introduzione di metodi matematici tanto potenti o di accorgimenti di impostazione tanto astuti da consentire di dare una risposta univoca a un problema anche quando per l'insufficienza dei dati esso è indeterminato ([4], pag. 14).

E' incredibile quante cose vengano abitualmente propinate in modo pesante e oscuro, arrivando al risultato attraverso un labirinto di calcoli che fa perdere di vista il significato, mentre semplici considerazioni sintetiche basterebbero a mostrare che risultato e significato sono a portata di mano e stanno davanti agli occhi per chi non voglia comportarsi come se fosse ammanettato e bendato ([4] pag. 21).

De Finetti era consapevole che le sue idee sarebbero state difficili da accettare ancora per un bel pezzo (la “Teoria delle Probabilità” è del 1970). Scrive infatti:

Forse è troppo ottimistica anche la mia stima, secondo cui per superare la situazione attuale occorrerà ancora circa mezzo secolo. Tale stima è basata sulla considerazione che occorsero circa trent’anni perché delle idee sorte in Europa (Ramsey, 1926; De Finetti 1931) cominciassero ad attecchire in America [...]. Supponendo che possa occorrere altrettanto tempo perché ivi si affermino, e poi ancora altrettanto per il viaggio di ritorno, si giungerebbe circa al 2020. ([4], pag. 4)

Sarebbe bello che, almeno nella ingegneria strutturale, la stima di De Finetti risultasse – sia pur non di molto – pessimistica. Siamo al 2006. Forse è tempo di interrogarci sulla reale oggettività dei calcoli probabilistici applicati alla ingegneria strutturale e cercare di applicare le idee di De Finetti alla nostra disciplina, dando ai coefficienti probabilistici che usiamo una maggior flessibilità ed una maggiore umanità, consentendo al progettista di mutarli secondo il suo grado di valutazione ed il suo grado di conoscenza del problema allo studio.

Tornando all’articolo [2], sulla base di quanto mi sembra di aver capito studiando De Finetti da convinto allievo soggettivista, le probabilità ivi riportate sono opinioni degli Autori, opinioni derivate in modo coerente, ma opinioni che risentono di una serie di giudizi, valutazioni, ipotesi, approssimazioni sulle quali sarebbe del tutto lecito non concordare. Ed infatti io non concordo, poiché mi pare alla fine che siamo appunto nel caso in cui, come scrive De Finetti, si vuole dare una risposta univoca ad un problema che invece è indeterminato in quanto non abbiamo conoscenze sufficienti. La probabilità di 4.166×10^{-11} proprio non riesce a convincermi, comunque sia stata ottenuta.

Scrive ancora De Finetti:

E ancora una parola (che spero superflua per quanti mi conoscono). Io trovo assai più illuminante, più persuasivo, in definitiva più sostanzialmente serio, il ragionare per paradossi, il ridurre una tesi all’assurdo, il ricorrere ad immagini anche scherzose purché pertinenti, anziché limitarsi a grigie manipolazioni in termini tecnici o in serio e indigesto linguaggio burocratico-notarile. E’ per tale motivo che amo, e spero possa riuscire efficace e un po’ divertente, il ricorso ad ogni forma di espressione che colorisca e vivifichi e concretizzi estrosamente ciò che apparirebbe scialbo noioso insipido e quindi inevitabilmente poco comprensibile se formulato in astratto, con sussiego o prosopopea ([4], pag. 8).

Forse sono io a sbagliare, ma queste considerazioni di De Finetti, un grande Maestro nelle discipline probabilistiche, che ad esse ha dedicato una vita di studio, mi suonano affini al “metodo Belluzzi” come rievocato dal Prof. Pozzati. Mi permetto di dirlo con uno spirito costruttivo: demistifichiamo, spieghiamo le cose per come stanno, noi sappiamo ben poco e tutto è incerto attorno a noi!

Ma devo ancora dire infatti il mio sconcerto è cresciuto sfogliando ancora e in particolare leggendo l’articolo [6] dedicato alla ormai famigerata *pushover* (cfr. anche le mirabolanti e completamente infondate applicazioni della *pushover* alle murature ed agli edifici esistenti, quasi sempre irregolari). Questo articolo deve essere dibattuto poiché è paradigmatico. Esso contiene numerosi spunti di riflessione e di discussione.

In primo luogo l’articolo presenta un certo numero di legittime opinioni come fatti acclarati, e questo mi pare discutibile.

La analisi di *pushover* “è prevista ormai come metodo di analisi corrente da molti codici e linee guida per la progettazione antisismica” ???

La *pushover* non è il metodo di analisi corrente per l’analisi di strutture in zona sismica. Non è il metodo normale, né un metodo da usare indiscriminatamente. Anzi è detto che deve essere usato su strutture altamente regolari, ed aventi certi precisi requisiti in merito al comportamento torsionale (precisazioni tagliate via dall’Ordinanza 3274, ma ben presenti negli altri codici a cominciare da EC8). Del resto, inopinatamente, come vedremo, lo stesso articolo dimostra la veridicità di quanto qui affermato.

“L’impiego della analisi di *pushover* è particolarmente adatto per la verifica sismica degli edifici esistenti, per i quali l’efficacia dei metodi di calcolo lineari è compromessa dal fatto che non è possibile definire con certezza un valore del fattore di struttura” ???

Il fattore di struttura con certezza non è mai possibile determinarlo e andare al di là della prima/seconda cifra significativa è semplicemente non attendibile a causa nelle numerosissime incertezze in gioco (cfr. anche quanto detto dal Prof. Duilio Benedetti¹ in [8]). In secondo luogo per gli edifici esistenti spesso e volentieri irregolari (e quindi nettamente fuori dal campo di possibile applicazione della analisi di *pushover*) molto spesso non si sa un bel niente delle leggi costitutive,

¹ “L’applicazione della definizione precedente per determinare R [il fattore di struttura] è assai difficilmente praticabile nei casi reali: una simulazione numerica dovrebbe infatti ricorrere a programmi di calcolo non lineari capaci di cogliere le variazioni puntuali delle caratteristiche meccaniche dei materiali e quelle di vincolo nella costruzione all’avvicinarsi delle condizioni ultime, in modo tale da descrivere con affidabilità la risposta almeno fino alla sua resistenza massima per poter mettere in conto la sovraresistenza effettiva. [...]. Analoga limitazione si riscontra sul versante sperimentale in campo sismico: la sperimentazione di completi sistemi reali è preclusa dalla indisponibilità di tavole vibranti in grado di operare con prototipi che non siano modelli in scala assai semplificati di edifici reali”

delle classi di resistenza, del numero e della disposizione delle barre di armature, ecc. ecc.. E' vero che si possono sempre fare grandi giri di calcolatore e presentare meravigliose curve forza-spostamento di tipo nonlineare, ma da qui a crederci il passo – da un punto di vista ingegneristico – mi pare grande. Certo, molti edifici strategici esistenti sono stati ricalcolati con procedure di questo tipo, ma gli scopi erano altri.

In secondo luogo i risultati presentati possono involontariamente far credere ai meno informati che il metodo sia molto più preciso di quanto altri Autori hanno già acclarato.

La struttura presa in esame è un semplice telaio piano in c.a. a tre campate, nel quale la irregolarità *geometrica* è semplicemente lo spostamento di un filo di pilastri in posizione decentrata (le campate essendo di 4,4,6 anziché 4.5, 5, 4.5m, rispettivamente nei due casi irregolare/ regolare allo studio). A questa irregolarità si somma una irregolarità di distribuzione di massa e rigidità in altezza blandamente al di sopra della soglia consentita dalle attuali normative. Gli stessi Autori dichiarano correttamente che si tratta di una blanda irregolarità.

Ma il fatto è che trenta o quaranta anni fa (o più) si costruiva con criteri che spesso la regolarità non tenevano minimamente in conto. Le strutture industriali o quelle di edilizia storica, le prime spesso per necessità, le seconde perché spesso costituite da strati disomogenei nel senso più lato, strutture ove qualcuno oggi vorrebbe applicare metodi di pushover, sono altamente irregolari. Dico *altamente*, non *blandamente*. Partendo da una struttura blandamente irregolare gli Autori vogliono mettere alla prova la pushover e confrontare i vari metodi di pushover tra loro. Secondo il mio modesto parere ciò non è corretto essendo appunto noto e documentato che proprio sulle strutture irregolari e spaziali si hanno i problemi maggiori con la pushover.

Sintetizzando, relativamente al merito ritengo che si possa dire quanto segue:

1. La analisi di pushover resta poco attendibile nel caso generale di strutture irregolari e o spaziali. Chopra ha ottenuto errori ben maggiori di quelli indicati in questo lavoro. Citando infatti da [7] leggiamo:

La stima SDF-PA dello spostamento del tetto per singoli accelerogrammi può essere pericolosamente bassa (valori tra 0.312 e 0.817 volte il valore “esatto” per gli edifici SAC) o sorprendentemente alta (valori tra 1.45 volte e 2.15 volte i valori “esatti” per gli edifici di Seattle e Los Angeles), specialmente quando l’effetto P- Δ è incluso. La situazione è peggiore di quanto indicato da questi dati perché essi non includono alcuni casi in cui il metodo SDF-PA basato sul primo modo prediceva un collasso, mentre il calcolo dell’edificio intero, no. [...]

Benché questa discrepanza *non sia migliorata significativamente dall’inclusione dei contributi dei modi più alti* [corsivo mio], il metodo MPA [modal pushover analysis] ha il vantaggio di ridurre la dispersione nello spostamento del tetto e la sottostima per valor medio dello spostamento del tetto per i casi elastici o quasi elastici al costo di incrementare lievemente la sovrastima dello spostamento del tetto di edifici che rispondono ben dentro il campo plastico.

Questo vuol dire che si possono commettere errori del 215% usando questa metodologia su strutture reali.

2. La pushover analysis prevista attualmente dalle norme è la meno precisa in quanto include un solo modo. Ciò non emerge in modo chiaro dal lavoro pubblicato su INARCOS, ma è ben descritto in letteratura (cfr. ancora Chopra).
3. Anche nella ipotesi di strutture semplici e sostanzialmente regolari, come il telaio piano preso in considerazione dagli Autori, gli errori medi restano intorno al 20%, e si tratta evidentemente (stanti i numeri riportati da Chopra), di un caso fortunato, in gran parte legato alla semplicità della struttura presa in esame. Tali scarti sono accettabili solo in condizioni in cui le incertezze sono ancora molto forti. In questo caso, da ingegnere, preferisco sbagliare con minor sforzo, e, soprattutto, con mio soggettivo e insindacabile giudizio professionale (sulla scia di De Finetti), cautelarmi anche (e non solo) mediante ulteriori coefficienti di sicurezza che stimino il mio grado di fiducia nelle procedure che sto impiegando (a tale riguardo ad esempio ho proposto lo “spettro di risposta con fattore di errore” in [3]). Inoltre questi scarti misurano solo la differenza tra due modelli e non la differenza tra modelli e realtà sperimentale, che sarebbe certamente ancora maggiore.
4. Sulla pushover si sta ancora studiando e

“il lavoro svolto in letteratura, con pochissime eccezioni, si è focalizzato nello sviluppare tecniche di pushover senza stabilire le loro performance in modo generale. Ciò avrebbe richiesto l’applicazione della analisi di pushover ad un ampio insieme di strutture, dalle basse alle alte, da regolari a irregolari, soggette ad un elevato numero di accelerogrammi registrati i quali fossero andati a coprire un ampio intervallo di magnitudo, distanze, condizioni del sito e meccanismi sorgenti”[9]. Le tecniche di pushover “necessitano ancora di ulteriori miglioramenti al fine di fornire stime affidabili della risposta dinamica di strutture tridimensionali asimmetriche. Gli effetti torsionali non sono rappresentati adeguatamente nella analisi pushover” [...]. Ulteriore ricerca è richiesta al fine di validare le analisi di pushover adattive o avanzate come praticabile (o anche migliore) strumento atto a sostituire la stima della risposta dinamica mediante analisi di time-history non lineare. [9]

Questo per quanto riguarda il merito. Ma poi c’è da dire in quanto al metodo, poiché io leggo in questo articolo [6] che

“le differenze tra telaio regolare e irregolare non sono state molto rilevanti, ma comunque tra i due telai quello regolare è stato caratterizzato da un migliore accordo con le analisi dinamiche. E’ da tenere in conto che questi risultati sono condizionati dall’aver considerato, per la struttura irregolare, variazioni di massa e rigidità non eccessivamente superiori ai limiti di regolarità”.

Non capisco. Mi sembra involuto. Che senso ha dire che le differenze sono modeste e poi dire che va tenuto conto che le irregolarità sono “non eccessivamente superiori” ai limiti di regolarità? Diciamolo invece chiaramente: i modelli testati *non sono significativi per condizioni ove sia presente irregolarità, cioè la maggior parte dei casi di strutture esistenti.*

Il Prof. Pozzati si è giustamente lamentato, nel suo articolo, del fatto che

“intuizione e interpretazione fisica [...] pur fondamentali nella formazione dell’ingegnere, vengono oggi giorno spesso trascurate nell’impiego sistematico di automatismi di calcolo. Automatismi sempre più elevati, nella progettazione strutturale, dalla loro natura di “mezzo” tecnico – certamente utilissimo, ma pur sempre strumento – al rango primario di “fine” [1].

Io vorrei porre le seguenti domande, che mi sorgono spontanee dopo aver discusso tutto quanto il lettore ha pazientemente letto sin qui. Domande che sono in definitiva il motivo fondamentale per cui mi sono messo a scrivere, cercando di spiegare alcune delle mie perplessità, che naturalmente nulla vanno a togliere agli Autori che mi trovo qui garbatamente a criticare.

1. Non è che proprio lavori come quelli presentati nel numero di INARCOS dedicato a Belluzzi, tendono inevitabilmente a spingere molti professionisti a ritenere che l’unico modo per rimanere adeguati ai tempi sia quello di fare calcoli sempre più complicati, affidandosi a salvifichi programmi di calcolo che, inevitabilmente, li deresponsabilizzano? Non è che articoli come questi spingono proprio nella direzione che Pozzati ha indicato come pericolosa deriva tesa a rendere “fine” ciò che deve essere solo uno “strumento”?
2. Non è forse che anche dal mondo universitario, ed in specie da chi nel mondo universitario ha maggior peso e carisma, debba venire un certo ripensamento, teso a recuperare modi di fare ricerca e insegnamento più aderenti allo stato reale delle nostre conoscenze, e senza il tabù di dire “non lo sappiamo”?
3. Non è che la ricerca scientifica prima di diventare ingegneria praticata debba passare attraverso un lungo periodo di vaglio e di sistematizzazione, di semplificazione e adattamento, in modo da renderla effettivamente e con sicurezza praticabile da molti? E allora che senso ha pubblicare su INARCOS o riviste similari (“Ingegneri, Architetti Costruttori”) risultati di questo genere, ancora tutti da discutere, da validare, da migliorare, da semplificare? Chi vuole più fare l’indispensabile lavoro di semplificazione, validazione, “ingegnerizzazione” se sono tutti troppo presi dalla (presunta) alta teoria?

4. Non è che proprio lo spirito del metodo del Prof. Belluzzi sia stato involontariamente negato dal numero di INARCOS dedicato al cinquantenario dalla morte di Belluzzi?

Riferimenti

- [1] P. Pozzati “Sono trascorsi 50 anni dalla scomparsa del professore Belluzzi, indimenticabile Maestro della Scienza delle Costruzioni”, INARCOS, Ingegneri Architetti Costruttori, 672, Settembre 2006
- [2] P.P. Diotallevi, L. Landi, M. Bianchini, “Analisi di affidabilità per la valutazione probabilistica di strutture in c.a. in zona sismica”, INARCOS, 672, Settembre 2006.
- [3] P. Rugarli “Analisi Modale ragionata”, EPC LIBRI, Roma 2005.
- [4] B. De Finetti “Teoria delle Probabilità”, Einaudi, 1970
- [5] B. De Finetti “La logica dell’incerto”, a cura di Marco Mondadori, Mondadori, 1989
- [6] P.P. Diotallevi, L. Landi, B. Pollio “Confronti tra procedure di pushover di tipo convenzionale, modale e adattivo”. INARCOS, 672, Settembre 2006.
- [7] Chopra A., Goel R., Chintanapakdee C. “Statistics of SDF-System Estimate of Roof Displacement for Pushover Analysis of Buildings”, Pacific Earthquake Engineering Research Center, PEER 2001/16, December 2001
- [8] Benedetti Duilio, “Costruzioni in muratura: duttilità, norme ed esperienze”, *Ingegneria Sismica*, 3, 2004
- [9] Vassilis K. Papanikolaou, Amr S. Elnashai, Juan F. Pareja, “Limits of Applicability of Conventional and Adaptive Pushover Analysis for Seismic Response Assessment”, Mid-America Earthquake Center, Civil and Environmental Engineering Department, University of Illinois at Urbana-Champaign, March 2005