

UN MAESTRO DELLA MATEMATICA MODERNA

BRUNO DE FINETTI

BRAMATI ASTERIA

asteria75libero.it

SILSIS 2004/05

Il difetto sta – per usare la felice immagine di Jerome S. Bruner – nel trascurare gli aspetti di pertinenza della “mano sinistra” (fantasia, intuizione, arte, gioco) disseccando tutto nella mera sistemazione razionale (di pertinenza della “mano destra”). Ed è notevole merito del Bruner (psicologo, non matematico) di aver ravvisato nella matematica, e nell’insegnamento e apprendimento della matematica, il campo ove l’intervento della “mano sinistra” sarebbe particolarmente vivificatore ed è invece purtroppo pressoché totalmente assente.

[Bruno De Finetti, *Il saper vedere in matematica*, 1971]

INDICE

- 1) Introduzionep. 1
- 2) Il vero ruolo della matematicap. 2
- 3) Il saper vedere in matematicap.13

Allegato:le gare matematiche commentate da De Finetti

1.INTRODUZIONE

Questa tesina prende in considerazione il pensiero di Bruno De Finetti, partendo dal ruolo che ha la matematica nella nostra società; compito che consiste nello spiegare e interpretare la realtà tramite l'apporto decisivo che hanno non solo le discipline tecnico-scientifiche, ma anche quelle umanistiche-sociali.

La seconda parte della tesina prende spiega il compito cruciale che ha la didattica nell'insegnamento della matematica.

La metodologia suggerita da De Finetti non è "tradizionale", ma rivoluzionaria, ricca di esempi che si rifanno all'esperienza concreta degli alunni.

De Finetti getta le basi del moderno approccio cd. fusionista all'insegnamento della matematica, che costituisce il fondamento degli attuali programmi ministeriali.

2. IL VERO RUOLO DELLA MATEMATICA

Bruno De Finetti è uno dei più importanti matematici italiani del ventesimo secolo¹.

De Finetti non si limitò ad introdurre alcuni importanti concetti che hanno rivoluzionato il mondo matematico e statistico, ma anche ripensato in maniera critica, il modo di intendere la scienza matematica.

Lui stesso disse, riferendosi al ruolo della matematica: «Nulla, forse, quanto la matematica, dà ai più l'impressione di qualcosa di arido e freddo, necessariamente estraneo e sterile nei confronti del perpetuo agitarsi e rinnovellarsi delle correnti del pensiero e dello spirito.

¹ Nato a Innsbruck il 13 giugno 1906, è morto a Roma il 20 luglio 1985. Si era iscritto nel 1923 al Politecnico di Milano. Studente del 3° anno, avviò una ricerca di biologia matematica ispirata ai lavori del biologo Carlo Foà e sfociata in una pubblicazione su *Metron*.

Nel 1925, per insistente suggerimento di Levi-Civita, passò all'appena costituito Corso di laurea in Matematica applicata di Milano.

Conseguì la laurea nel 1927 discutendo con Giulio Vivanti una tesi di analisi vettoriale in ambito affine. Subito dopo la laurea lavorò all'Ufficio matematico dell'Istituto Centrale di Statistica e nel 1931 entrò a far parte – e vi rimase fino al 1946 – dell'Ufficio attuariale delle Assicurazioni generali a Trieste.

Conseguita la libera docenza in Analisi (1930), tenne per incarico diversi corsi universitari fra Padova e Trieste finché, costituitasi nel 1946 la Facoltà di Scienze a Trieste, si dedicò esclusivamente all'inseguimento universitario ricoprendo la cattedra di Matematica attuariale.

Nel 1951 si trasferì sulla cattedra di Matematica finanziaria e infine, nel 1954, passò all'Università di Roma, ove (dal 1961) insegnò Calcolo delle probabilità presso la Facoltà di Scienze fino al collocamento a riposo.

Il fatto che per lungo tempo l'attività scientifica di De Finetti si sia svolta solo a tempo parziale non gli impedì di crearsi, sin da giovane, una solida fama di studioso internazionalmente noto per i suoi contributi al Calcolo delle Probabilità, alla Statistica, alla Matematica finanziaria e attuariale, all'Economia e all'Analisi. Molti – quasi un terzo e fra i più significativi – degli oltre 290 suoi scritti portano una data anteriore al 1946.

Un periodo di prodigiosa attività creativa fu in particolare quello degli anni 1926-30 in cui, pur interessandosi a tematiche varie, diede avvio a quell'impostazione soggettiva del Calcolo delle probabilità che più di ogni altra sua opera lo ha reso famoso nel mondo della cultura scientifica e filosofica.

Tale riconoscimento seguito a un lungo periodo di indifferenza o di rifiuto delle sue concezioni, si deve principalmente a L. J. Savage che, a partire dal 1951, diffuse nel mondo anglosassone quegli aspetti della teoria che riguardano soprattutto il suo impiego nei problemi dell'inferenza statistica.

Un cenno merita, infine, pionieristico lavoro svolto da De Finetti nel campo del Calcolo automatico, lavoro certamente stimolato dall'esperienza maturata alle Assicurazioni Generali. Nel 1951, dopo un viaggio in U.S.A. compiuto – insieme a Mauro Picone e Gaetano Fichera – per visitarvi e studiarne i Centri di Calcolo, De Finetti fu chiamato all'I.N.A.C. per collaborare al progetto di installazione di un calcolatore elettronico: da questa esperienza scaturì la *Nota Macchine che pensano e che fanno pensare*, ricca di notizie, suggerimenti e riflessioni, ove tra l'altro è sottolineato l'interesse nei confronti dell'impiego di metodi statistici (Metodi Monte Carlo) per la risoluzione numerica di diversi problemi matematici ed è preconizzato il ricorso al calcolo simulato.

Non si può neppure dimenticare l'impegno di De Finetti nella Didattica della Matematica, testimoniato nella pubblicazione di trattati, manuali, note didattiche e articoli divulgativi, nonché da una intensa attività organizzativa: egli fu Presidente della Mathesis, Direttore del Periodico di Matematiche e fondatore a Roma di un Club Matematico per attivare seminari su problemi di Didattica.

Socio dell'Accademia dei Lincei, fu anche membro dell'Istituto Internazionale di Statistica, Fellow dell'Institute of Mathematical Statistics e socio degli istituti attuariali francese e svizzero. (Cfr.BRUNO DE FINETTI in *Enciclopedia Treccani*, Roma, ed. Treccani, 2001, p. 1120).

Io intendevo sostenere una tesi opposta, suppongo d'essere atteso al varco con curiosità, come chi sarà costretto ad acrobazie dialettiche per difendere una causa paradossale o addirittura perduta in partenza.

Io invece non penso affatto a propinare delle idee personali peregrine o estremiste: mi propongo soltanto di rammentare pochi fatti e di aggiungere poche ovvie osservazioni per persuadere che questa «funzione vivificatrice della matematica» non è una trovata tendenziosa, ma è un dato di fatto storicamente accertabile e perfettamente spiegabile»².

La matematica non è soltanto uno strumento estremamente importante per intervenire sulla natura e modificarla, uno dei pilastri portanti della tecnica e della tecnologia, ma anche (e soprattutto) uno degli strumenti principali per la comprensione della realtà: “in tal senso, essa non è soltanto fonte di ‘utilità’ ma anche di ‘verità’”³.

Nello spiegare il compito della matematica De Finetti non si limita a costruire un discorso puramente matematico-logico, ma articola le sue argomentazioni anche su concetti filosofici e umanistici.⁴

Per De Finetti la matematica non deve però rappresentare una verità assoluta, capace sempre e in ogni caso di interpretare la realtà, non deve essere un puro determinismo⁵.

Esorta lo studioso: «Non c'è da fidarsi in via assoluta delle certezze basate sulle teorie matematiche di oggi: domani potrebbero essere mutate.

Non faccio con certezza l'asserzione, che sarebbe contraddittoria in sé stessa, che ogni certezza sarà smentita; vorrei solo far riflettere sulla vanità dei tentativi anteriori intesi a consacrare con crismi metafisici teorie successivamente superate: avvertire di un pericolo non significa presumere di profetizzarlo.

² B. DE FINETTI, *Un matematico e l'economia*, Milano, ed. Franco Angeli, 1969, p. 13.

³ B. DE FINETTI, *La logica dell'incerto*, Milano, Il Saggiatore, 1995, p. 33.

⁴ Con la matematica, si può scoprire un nuovo mondo così, come Pirandello fa appunto dire a un artista: «Ti sarà avvenuto qualche volta – non sai come – non sai perché – di vedere all'improvviso la vita, le cose, con occhi nuovi ... - palpita tutto, a fiati di luce – e tu, sollevata in quel momento e con l'anima tutta spalancata in un senso di straordinario stupore ... - Io vivo così! In questo stupore! E non voglio sapere mai nulla.

Con la matematica si può scoprire un nuovo mondo così, svincolandosi dall'abitudine, ma si può anche all'opposto scoprirlo tuffandosi nel vecchio mondo dell'abitudine per scandagliarlo; si può giungere al miracolo non «cercando di non sapere mai nulla» ma accorgendosi di non sapere nulla per l'insoddisfazione di non sapere mai abbastanza.” (B. DE FINETTI, *Filosofia della probabilità*, Milano, Il Saggiatore, 1995, p. 32)..

⁵ Per determinismo si intende: «dottrina filosofica e scientifica che concepisce ogni avvenimento dell'universo meccanicamente e necessariamente causato dall'altro che lo precede, con esclusione di ogni finalità.

Formulato da Democrito, si ritrova nei sistemi matematici e nel positivismo, assunto nelle filosofie scientifiche come postulato delle scienze della natura (principio di causalità), fu criticato dal contingentismo e, nell'ambito scientifico, messo in crisi dagli sviluppi della fisica quantistica, in seguito alla scoperta del principio d'indeterminazione di Heisenberg».(Cfr.Determinismo in *Enciclopedia Treccani*, Roma, 2003, p. 1100).

Non potrei neppure garantire che la matematica saprà sempre ricostruire un'adeguata e soddisfacente rappresentazione del mondo dopo ogni eventuale successiva crisi, ma è presumibile che a tale scopo riesca essa sola o null'altro, posto che essa non è, concependola nella sua integrità, un particolare metodo per certi particolari campi di ragionamento, ma è lo strumento stesso per adeguare il pensiero ad ogni precisa esigenza. *La matematica sgretola, scava, corrode, con la sua critica, le certezze di oggi il cui crollo ci può atterrire, ma essa sta già sempre tessendo, spesso anche senza rendersi conto di tale destinazione, la tela di ragno della nuova provvisoria certezza»*⁶.

Per lo studioso triestino per poter spiegare i problemi e fenomeni della realtà, non bisogna affidarsi alla logica del determinismo, ma, semplicemente, occorre tener conto dell'*esistenza di irregolarità accidentali* che spesso guidano la realtà⁷.

Lo studio del concetto di probabilità costituisce ,infatti, oggetto di un attento approfondimento da parte di De Finetti.

Bisogna sottolineare come nel corso di oltre tre secoli lo studio della teoria delle probabilità sia riuscito a svilupparsi in modo considerevole nonostante l'assenza di una definizione convincente e non ambigua del concetto stesso di probabilità.

Secondo la definizione più antica, detta "classica", la probabilità che un evento si verifichi corrisponde al rapporto tra il numero dei casi favorevoli e il numero di tutti i casi possibili, sottintendendo che questi ultimi debbano essere tutti "ugualmente probabili".

Questa definizione necessita della preesistenza di un concetto di probabilità; dal punto di vista matematico, non è però accettabile che un'affermazione si basi sullo stesso concetto che dovrebbe descrivere.

In base a una definizione più pragmatica, detta "frequentistica", la probabilità di un evento è data dalla frequenza dei risultati positivi ottenibile in una successione di prove effettuate nelle stesse condizioni; essa, però, presenta il difetto di non essere operativa nell'analisi di eventi non ancora verificatisi.

A partire dal 1970 è De Finetti che ha contribuito a dare al concetto di probabilità un significato più sostanziale e concreto.

⁶ B. DE FINETTI, *La logica dell'incerto*, Milano, Il Saggiatore, 1995, p. 30.

⁷ Afferma difatti che: «si possono in tal modo spiegare sia la persistenza di oscillazioni (come quelle che si producono in un veicolo, con la frequenza a questo propria, per effetto di irregolarità accidentali della strada), sia il raggiungimento di un equilibrio nonostante attriti (così come una serie di piccole scosse può far raggiungere il punto più basso ad un grave poggiato su una superficie scabra, che altrimenti vi rimarrebbe trattenuto anche lungi da esso)». (B. DE FINETTI, *La matematica per le applicazioni economiche*, Roma, ed. Cremonese, 1961, p. 81).

Secondo la definizione da lui proposta, detta “soggettiva”, la probabilità di un evento è il grado di fiducia (variabile da soggetto a soggetto) riposta nel verificarsi del fatto stesso.

In base a questa rivoluzionaria impostazione, la probabilità non dipende più dai fattori che regolano il verificarsi di un determinato evento, ma piuttosto da una personale valutazione delle loro implicazioni.

Il concetto espresso da De Finetti consente tra l’altro di utilizzare i risultati legati alle altre due definizioni (classica e frequentistica), adottandoli in base ad una scelta soggettiva (senza entrare in contraddizione, quindi, con la definizione assunta).

L’attribuzione soggettiva delle probabilità non deve però essere confusa con un’assoluta arbitrarietà di scelta; perché possa essere funzionale infatti, la valutazione personale deve essere espressa nel modo più equo e coerente possibile.

La formulazione del concetto di probabilità soggettiva fu influenzata dalla istruzione ricevuta da De Finetti, la sua formazione non è “tradizionale”.

Sottolinea Savage, riferendosi allo studioso triestino, egli “fa pensare alla figura di un aritmetico politico del Settecento o di un esponente della matematica sociale”⁸.

Infatti De Finetti non si dedicò solo alla vita accademica, ma lavorò dal 1927 al 1931 presso l’Istituto Centrale di Statistica e dal 1931 al 1946 presso le Assicurazioni Generali di Trieste.

Divenne professore universitario solo dopo un lungo percorso di studi nel 1950, quando era già famoso per le conferenze che aveva sostenuto presso l’Institut ‘H. Poincaré’ a Parigi.

In questi lavori De Finetti sviluppa una critica di tutte le concezioni oggettivistiche delle probabilità e di tutti i tentativi di definire (o «pseudo-definire», come egli diceva) il concetto di probabilità.

Egli afferma che le probabilità sono soltanto il grado di fiducia che si produce un fatto sperato, temuto o indifferente.

Nel 1970 De Finetti espone così il suo punto di vista molto radicale: «La mia tesi, paradossalmente [...] è semplicemente questa: la probabilità non esiste.

L’abbandono di credenze superstiziose sull’etere cosmico, su spazio e tempo assoluto [...] su fate e streghe, sono stati fatti essenziali del cammino del pensiero scientifico.

Anche la probabilità, se considerata come una cosa dotata di una specie di esistenza obiettiva, è pure un pseudo concetto ingannatore, un tentativo di rendere concrete le nostre personali credenze probabilistiche»⁹.

⁸ J. SAVAGE, *La matematica e l’interpretazione della realtà*, Milano, Il Saggiatore, 1992, p. 33.

In tal modo, non soltanto De Finetti negava ogni fondamento ontologico alla probabilità, ma ne stabiliva il valore epistemologico sul terreno puramente soggettivo.

De Finetti fu particolarmente interessato alle discipline 'normative', come l'economia, le scienze attuariali, la statistica delle assicurazioni e i problemi di organizzazione dell'amministrazione, nei quali la sua visione soggettivista poteva esprimersi nel modo più pieno.

Accanto all'interesse per le scienze fisico-matematiche, De Finetti poneva l'accento sulle scienze economiche e sociali, che gli apparivano come il campo della soggettività e del normativo.

Nello studio delle scienze sociali ed economiche, lo studioso triestino non si limitò ad una pura analisi dei loro contenuti, ma li rielaborò in modo critico.

L'interesse di Bruno De Finetti per certi aspetti dell'economia, risale al 1925 quando al Politecnico di Milano divenne professore dell'unico corso di economia, allora istituito. Bruno De Finetti ricorda di aver allora «scarabocchiato parecchi fogli di formule per studiare inconvenienti derivati dal sistema dei prezzi in relazione al fenomeno della rendita del consumatore»¹⁰.

In questo termine «inconvenienti» fa intravedere l'embrione della sua posizione critica nei riguardi del funzionamento dell'economia di mercato. Più avanti «i dubbi riaffiorarono e divennero assillanti quando, negli anni '30, l'argomento della crisi ... il paradosso della sovrapproduzione congiunta a miseria ... formavano oggetto di accese discussioni e di vivace interessamento.»¹¹.

I risultati delle sue riflessioni sono esposti negli articoli *Il tragico sofisma e Vilfredo Pareto di fronte ai suoi critici odierni* del 1935 e in una conferenza tenuta all'Istituto della Previdenza Sociale nel 1936, poi pubblicata, dal titolo: *Compiti e problemi dell'economia pura*: Le sue idee sono riesposte nel 1938, ampliate e ribadite nel 1943 nello scritto *La crisi dei principi e l'economia matematica*.

L'avventura intellettuale di Bruno De Finetti è da lui stesso cronologicamente distinta in due periodi: il primo comprende i lavori dell'anteguerra e dell'immediato dopoguerra fino a quando gli fu possibile avere una sufficiente visione dell'insieme delle novità apparse nel frattempo altrove quali: la teoria dei giochi e la teoria delle decisioni, la ricerca operativa, la modellistica economica e l'econometria.

⁹ B. DE FINETTI, *La logica dell'incerto*, Milano, Il Saggiatore, 1980, p. 3.

¹⁰ B. DE FINETTI, *Un matematico e l'economia*, Milano, Mondadori, 1980, p. 37.

¹¹ *Op. cit.*, p. 36.

La sua posizione di critica all'economia di mercato e di valutazione dello schema paretiano non risulta modificata, neppure, a seguito della formulazione di queste teorie.

Egli afferma che: «rileggendo dopo trentenni la conferenza del '36 sono stato sorpreso nel vedere che avrei potuto scriverla oggi senza cambiare una parola»¹².

Riassume così la sua critica all'economia classica: «Qual è il compito della scienza economica? ... In primo luogo, riconoscere quali situazioni siano possibili e impossibili, quali fra le situazioni possibili siano più o meno gradite a ciascun individuo, e come si possano di conseguenza caratterizzare le situazioni di massimo godimento per tutti.

In secondo luogo esaminare sotto quali ordinamenti economici tali situazioni vengano effettivamente raggiunte.

Rimane infine, ma al di là dei limiti della scienza puramente matematica e razionale, un giudizio largamente soggettivo sul grado maggiore o minore di equità, giustizia, umanità, che ciascuna situazione comporta»¹³.

Per Bruno De Finetti la risposta della dottrina classica alla sistemazione di Vilfredo Pareto, che Egli giudica «punto fermo di riferimento anche per chi non ne condivida le conclusioni»¹⁴, considera le ofelimità dei singoli individui e determina i punti di ottimo nel senso che spostandosi da essi non può essere aumentato il benessere di tutti: è aumentato quello di alcuni a detrimento di altri.

Per giungere ad uno di tali punti basta lasciare piena libertà all'iniziativa privata e al mercato.

Bruno De Finetti obietta che nella sua trattazione Pareto ha aggiunto a vincoli naturali (le varietà di indifferenza della funzione di ofelimità) altri derivanti dall'ordinamento attuale: lo scambio a prezzi uguali per tutti col rispetto dei vincoli di bilancio, e che permettendo alle unità economiche di perseguire il proprio tornaconto, le loro azioni, in una specie di gioco nel quale ognuno cerca di raggiungere la più alta utilità date le scelte degli altri, portano non ad un punto di ottimo ma a quello che Bruno De Finetti chiama «punto di attrazione».

Solo quando si è danneggiati reciprocamente fino a non poterlo più fare maggiormente col miraggio di un miglioramento, si raggiunge tale punto di equilibrio, che normalmente è diverso da un punto di ottimo.

¹² B. DE FINETTI, *Un matematico e l'economia*, Milano, F. Angeli, 1969, p. 30.

¹³ *Ibidem*.

¹⁴ *Ibidem*.

Il grafico che illustra tale situazione, nel caso di due unità economiche, appare in un suo lavoro del 1942 sulla riassicurazione, che è ancora oggi alla base di tutti i trattati sulle assicurazioni studiati nell'università.

Ma il maggior problema non affrontato dalla teoria classica è per Bruno De Finetti quello del confronto dei punti di ottimo paretiani, quello di un loro ordinamento.

A questo problema che Egli dedica la sua analisi nella seconda fase della sua attività di studioso.

Già in un suo articolo del '43 aveva sostituito alle funzioni paretiane di ofelimità, che esprimono i gusti immediati dell'individuo, funzioni rappresentanti le loro preferibilità: criteri che in un certo sistema etico-economico consentono di rendere quanto più possibile preferibile la situazione di ogni individuo, associando ad esse una funzione di preferibilità collettiva.

Ma è nella conferenza tenuta nel 1963 a Genova che la funzione-obiettivo generale è presentata esplicitamente. Essa troverà ampio spazio nel libro *Un matematico e l'economia*, scritto nel 1969. In questo libro, che aggiorna il suo lavoro della prima fase ribadendone i punti fondamentali, Bruno De Finetti riafferma la sua convinzione del più assoluto e rigoroso marginalismo, la sua esigenza di prendere le mosse da un'impostazione assolutamente pura, cioè immune da intrusioni di natura istituzionale, e di averle trovate nello schema di Vilfredo Pareto. Di conseguenza Egli dichiara che tutte le considerazioni in termini di valore o in forma aggregata e macroeconomia sono espedienti privi di senso e comunque da maneggiare con estrema diffidenza e cautela, che un punto di ottimo paretiano è una situazione che può non essere né ottima né buona e di considerare niente di più tragico sofisma quello dell'ottimismo liberale dell'anarchia autoregolantesi.

Ma proprio quando Bruno De Finetti dichiara il fallimento dell'economia pura nell'impostazione paretiana, per aver essa dimostrato che è meglio lasciare fare alla libera concorrenza, le conferisce un vero compito costruttivo: la individuazione di una funzione-obiettivo generale che dovrà essere una funzione crescente delle utilità individuali, ma anche creare un criterio di preferibilità fra situazioni tra cui i giudizi individuali non sono concordi e non permettono al criterio paretiano di dare una risposta.

Rifiuta ancora la tesi classica di neutralità dell'economista rispetto ai fini quale condizione indispensabile di scientificità, si rivolge anche, alle nuove discipline ed in special modo alla ricerca operativa, quali strumenti per la soluzione dei massimi problemi economici.

De Finetti trova nelle scienze economiche ma anche in quelle sociali come la sociologia, la psicologia e la pedagogia, quella che egli chiama «la chiave di Volta»¹⁵ per comprendere a pieno il funzionamento della società e i suoi meccanismi.

Mi sembra, quindi, molto appropriata, la definizione data da Savage di De Finetti come valido esponente della matematica sociale.

Egli fu uno dei pochi e dei primi (scrisse tra il 1950 e 1960 quando le scienze sociali non avevano ancora assunto la dignità di scienza) a comprendere il vero ruolo della matematica nella nostra società.

La matematica non deve ridursi a pura logica di calcolo, ma deve cercare di risolvere i problemi quotidiani delle persone, quindi, dice De Finetti “ben vengano l’apporto di altre scienze come quelle sociali”¹⁶ per comprendere a pieno il vivere sociale.

¹⁵ “Solo avvicinandoci alle scienze sociali si può veramente comprendere il funzionamento della società e della realtà.

Tutte le scienze, compresa la matematica, non devono essere distaccate le une dalle altre, ma si deve cogliere nel loro studio gli anelli di congiunzione che li uniscono”.(B. DE FINETTI, *Un matematico e l’economia* , Milano, Mondadori, 1980, p. 77).

¹⁶ B. DE FINETTI, *Un matematico e l’economia, op. cit.*, p. 33.

3)IL SAPER VEDERE IN MATEMATICA

L'avvicinarsi allo studio delle discipline sociali porta De Finetti a riflettere anche sul ruolo decisivo che il modo di trasmettere il sapere, e, in particolare, quello matematico.

Lo studioso triestino pubblicò negli ultimi anni della sua vita un importante testo di didattica per le scuole medie e superiori "Il saper vedere in matematica" dove cercò di aiutare gli insegnanti a comprendere quali spunti e quali arricchimenti di idee offre la matematica loro.

"Senza bisogno di alcun sforzo ed anzi attenuando, pur di tenere gli occhi aperti sempre e guardarsi intorno, mentre uno viene introdotto nel suo regno, anziché guardarsi soltanto i piedi per far attenzione a come li muove per fare un passo e poi un altro"¹⁷.

È lo stesso studioso triestino che suggerisce all'insegnante anche con quali modalità adottare tale approccio, ad esempio con gare matematiche; giochi che si svolgono in molte città e che vedono la partecipazione di giovani di 15-20 anni, non universitari¹⁸.(ved.allegato)

Nell'ottica di De Finetti la matematica richiede immaginazione e interesse per vedere direttamente i problemi, allora è istruttiva e anche divertente.

Perché i giovani se ne persuadano, e conservino anche da adulti il vantaggio di sapersi regolare in ogni circostanza afferrando gli aspetti matematici e logici dei problemi che dovranno affrontare nella vita, devono abituarsi a riflettere e a rendersi conto del senso e del valore e dell'utilità di ciò che si fa.

La matematica sembra e diventa arida e odiosa soltanto se, lasciando in ombra gli scopi cui risponde, si riduce a passiva accettazione di nozioni, metodi, formalismi.

Per De Finetti giova soprattutto riflettere su esempi, imparare a riflettere su esempi svariati ed a modificarli o costruirsi di nuovi, e riuscire così sempre meglio a capire e scoprire ciò che occorre "saper vedere" per dominare un problema.

¹⁷ B. DE FINETTI, *Il saper vedere in matematica*, Torino, Serie Didattico, 1975, p. 2.

¹⁸ Sottolinea con vigore che: «sono sempre più convinto che queste gare siano utili figuriamoci se non sono d'accordo! Io ho fiducia negli insegnanti e nella loro capacità di trasmettere il sapere.

Occorre come ho detto in un mio articolo battersi contro la scuola e una società che non fa che soffocare, mortificare l'intelligenza stortura micidiale dell'educazione.

Di chi è la colpa? Dei programmi? Dei libri di testo? Di tutto e di nessuno: è difficile uscire con riforme di programmi senza fare miracoli.

Però ogni sforzo giova, per rivivificare la scuola – come la matematica – ben venga, ogni azione per svegliare l'intelligenza e suscitare l'entusiasmo. In questo spirito, gare del genere possono certamente essere utili per infondere coraggio, coraggio, coraggio». (B. DE FINETTI, *Il saper vedere in matematica*, Torino, Serie Didattica, 1975, p. 7).

Concetti come quello di funzione o di probabilità¹⁹ vanno spiegati nel modo più semplice e chiaro ai ragazzi, richiamando continuamente esempi concreti ed esperienze fatte dagli stessi alunni.

¹⁹ Esempio di come De Finetti spiega il concetto di probabilità rivolgendosi agli insegnanti: «Vi sono molte occasioni in cui molti ragionano male perché non conoscono i concetti probabilistici e statistici.

Ma spesso accade anche che, in queste stesse occasioni, molti altri ragionino male perché hanno appreso dei concetti probabilistici e statistici comprendendoli male o comunque fraintendendoli quanto basta per applicarli male.

In questa tendenza ad errare ad ogni costo si può certamente ravvisare (come ha notato acutamente uno psicologo, John Cohen) un effetto dell'avversione all'incertezza: o uno non applica i concetti che esprimono l'incertezza (probabilità, statistica), oppure li applica forzandone l'interpretazione in modo da trasformare previsioni incerte in predizioni certe o da ricavarne grazie ai più strani fraintendimenti conclusioni gratuite o distorte». (B. DE FINETTI, *Il sapere vedere in matematica*, op. cit., p. 33)..

È chiaro come lo studioso si rifaccia alla psicologia e non solo alle scienze economiche in senso stretto nello spiegare questo concetto.

Prosegue facendo un esempio concreto di tipo matematico per spiegare il concetto di guadagno sperato: nella preferenza fra decisioni economiche alternative, le cui conseguenze sono incerte, il criterio logicamente **coerente** (per chi si prefigge il guadagno; eventuali altri scopi andrebbero se del caso valutati come equivalenti, per l'interessato, a un certo guadagno) sta nella scelta fatta in modo da avere il massimo **guadagno sperato**; criterio che va corretto (se gli importi in gioco sono rilevanti) in quello di render massima la **utilità sperata** (ove l'utilità di un guadagno grande si valuti meno che proporzionalmente accresciuta per tener conto dell'avversione al rischio).

Questo *guadagno sperato* è il valore del guadagno calcolato usando le probabilità come *prezzi* dei guadagni incerti.

Se un individuo potrà ricavare, da un certo affare o scommessa od altro, un guadagno di 1200 o 500 o 0 o - 400 (perdita di 400) a seconda di quale tra 4 casi possibili si verificherà, il valore del guadagno, o guadagno sperato, *per lui*, dipenderà dalle probabilità che attribuirà ai detti 4 casi; supposto siano 20%, 35%, 15%, 30%, il valore sperato di ogni singolo caso e quello complessivo saranno dati dal semplice conteggio seguente (che, interpretando le probabilità come *prezzi*, secondo il concetto più significativo, è né più né meno che il conteggio di un bottegaio o di un ragioniere):

1200 a 20%	=	240
500 a 35%	=	175
0 a 15%	=	0
- 400 a 30%	=	-120
<hr/>		
Totale	=	295

Conclude con un esempio divertente che cattura l'attenzione dei ragazzi, dal titolo "Il problema del giornalista".

Il problema del giornalista

«Il seguente esempio mostra l'importanza che ha anche in questo campo il criterio di basarsi su confronti *marginali*. Si dice "problema del giornalista" perché si pensa a un individuo che compra un certo numero di oggetti, p. es. al prezzo di 10 per rivenderli al prezzo di 25 in giornata dopo di che perdono ogni valore (e così è dei giornali, prescindendo dalla resa o tenendone implicitamente conto ritoccano i dati).

Quanti pezzi converrà comprare? Egli dovrà valutare quali probabilità attribuisce al fatto di *poterne vendere* 0, 1, 2, 3, ecc., e vedere quale sia massimo.

Ma tale procedimento laborioso si semplifica di colpo pensando in termini marginalistici: **ogni pezzo in più** che acquista porta a un aumento o a una diminuzione di guadagno sperato, perché comporta un'uscita certa di 10 ed un'entrata di 25 *se esso sarà venduto* (ossia se le richieste saranno più di quante si potevano soddisfare senza quel pezzo in più).

La probabilità di vendere l'*n*-esimo pezzo (per es., il 12°) è la probabilità di avere almeno *n* (12) richieste, ossia la somma delle probabilità di tutti i singoli numeri da *n* in poi.

Ci sarà convenienza ad acquistare il 12° pezzo – in generale l'*n*-esimo – se si attribuisce probabilità superiore al 40% alla sua vendita ossia al fatto di avere almeno 12 richieste (perché la spesa di 10 si compensa col ricavo di

Per De Finetti bisogna procedere in modo dinamico con continui riferimenti alla realtà ed una società che continuamente si evolve di cui ogni uomo (studente) è soggetto attivo e in grado di cambiarla, anche attraverso lo strumento della matematica.

In questo senso la matematica deve essere insegnata facendo sempre ricordare ai ragazzi quale decisivo strumento sia per sapere com'è, com'è stata e forse, come diventerà, la nostra società.

Ciò che conta, per lo studioso triestino, nell'insegnamento della matematica, non consiste nel saper ripetere le cose studiate, questa sarebbe solo erudizione "appiccaticcia", ma nell'acquistare una certa padronanza e capacità nel vedere e affrontare problemi, nel tentare di ragionarvi sopra e ciò consiste la vera cultura matematica.

Per sviluppare queste abilità, occorre superare la mancanza di collegamenti esistenti fra le materie e perfino fra le diverse parti di una stessa materia, cercando di fondere i vari elementi in una visione organica.

È fondamentale insistere su ciò che vi è di istruttivo in ogni ragionamento, perché ogni argomento appaia non tanto fine a se stesso quanto esempio per aiutare a ragionare da se su casi analoghi.

Questa possibilità di integrare in una visione unica lo studio di problemi e aspetti diversi non costituisce un trucco o un accorgimento isolato utilizzabile per caso in qualche speciale occasione.

Al contrario, la caratteristica più preziosa ed avvincente della matematica, intendendola in senso lato e, cioè, includendovi la sua funzione quale strumento per le applicazioni, è propria quella di aiutare anzitutto a comprendere e risolvere i problemi più svariati fornendone una visione unitaria.

25 al 40% di probabilità); insomma: ci si deve arrestare a quel numero di pezzi oltre il quale la probabilità di vendere tutte le copie scende al di sotto del 40% (in generale, del rapporto tra prezzo d'acquisto e prezzo di vendita).

Nella valutazione delle probabilità ci si avvale di vari elementi che possono presentarsi caso per caso (ragioni di simmetria come per dadi, palline in un'urna, roulette, ecc.; esperienze statistiche su fenomeni simili; confronti, ecc.) integrandole in genere con conoscenze, opinioni, ecc. relative al singolo caso in questione.

*Il giornalista avrà un'esperienza, ma potrà ad es. ritenere o no significativa la manifestazione di una tendenza recente all'aumento, o avrà motivi particolari per attendere minori o maggiori richieste nel caso particolare di "domani", e via dicendo: Imparare praticamente, esercitandosi, a saper apprezzare i gradi di probabilità ed esprimere meditatamente le proprie valutazioni in fatto di probabilità, sarebbe una delle più preziose conquiste di un progresso nell'educazione: il senso del ragionamento probabilistico è infatti, come detto, deplorabilmente manchevole e distorto se non si ha cura di coltivarlo e affinarlo».(B. DE FINETTI, *Il sapere vedere in matematica*, op. cit., p. 35).*

Con questa spiegazione De Finetti passa attraverso quelli che sono i suoi punti chiave nell'approccio alla matematica: richiamo alla psicologia, esempi di tipo matematico semplici e chiari, e un esempio finale divertente per invogliare i ragazzi allo studio. Questo è il un esempio di approccio fusionista all'insegnamento della matematica. (Cfr.E. CASTELNUOVO, *La didattica*, Milano, Mondadori, 1995, p. 7)

Queste considerazioni giustificano e suggeriscono l'adozione dell'approccio fusionista all'insegnamento della matematica.

*Per fusionismo intende De Finetti: «Ho sempre indicato nel fusionismo il principale concetto di base per il miglioramento dell'insegnamento e della comprensione della matematica. Nel senso più specifico, in cui fu introdotto da Felix Klein, il fusionismo consiste nella fusione dello studio di geometria da una parte e di aritmetica, analisi, ecc. dall'altra; più in generale si tratta di fondere in modo unitario tutto ciò che si studia (anche interdisciplinariamente, tra matematica...), mentre le tendenze antiquate predicavano il "purismo" di ogni ramo da coltivare isolato senza contaminazioni».*²⁰

L'approccio fusionista è alla base dei nuovi programmi ministeriali, che nell'insegnamento della matematica e della statistica si rifanno alle idee di De Finetti.

In tutti i documenti che accompagnano i programmi di matematica relativi alle diverse sperimentazioni, in particolare per i licei (PNI, Brocca), si insiste sulla necessità di formare e non solo di informare sui fondamenti e sull'utilizzo delle metodologie statistiche, sul ragionamento probabilistico e, più in generale, sugli aspetti legati alla matematica dell'incerto e all'induzione.

Per far questo è necessario che anche l'insegnamento segua un percorso induttivo, partendo da problemi da risolvere, adeguando via via strumenti e modelli già noti e acquisendo nuove tecniche.

È necessario insegnare i concetti di base e i metodi applicandoli a problemi possibilmente non fittizi ma di interesse concreto (come suggerisce De Finetti).

Solo in questo modo è possibile aiutare lo studente ad impadronirsi a fondo e in modo stabile delle metodologie e, soprattutto, ad acquisire il necessario atteggiamento critico e di autonomia che consentono un continuo autoaggiornamento.

Si sviluppa inoltre la capacità di affrontare e impostare la soluzione dei diversi problemi, utilizzando e adattando di volta in volta lo strumento più idoneo.

È opportuno secondo i programmi ministeriali che la trattazione della probabilità segua il tema di statistica e preceda l'inferenza.

Si inizia a parlare di probabilità avendo già a disposizione delle motivazioni e degli esempi suggestivi, che permettono di introdurre la teoria probabilistica a partire da situazioni concrete di indagini statistiche, da programmare o da generalizzare attraverso opportuni modelli.

²⁰ FINETTI B., *Contro la "Matematica per deficienti"*, Periodico di Matematica, vol. 50, n. 1-2 Maggio 1974.

In questo modo la trattazione della statistica presuppone strumenti matematici elementari e permette di colmare facilmente eventuali lacune della scuola dell'obbligo, per esempio in merito al calcolo con le frazioni e a rapporti e proporzioni, inoltre, attraverso la pianificazione di una rilevazioni per questionario, l'introduzione di alcuni concetti base di logica che saranno preziosi al momento di ragionare sugli eventi.

Se si è lavorato bene con i questionari e con domande chiuse sarà facile trovare esempi significativi di eventi a cui attribuire la relativa probabilità e risulteranno immediate le proprietà di base della probabilità e le prime regole di calcolo.

È opportuno evitare di trattare la probabilità solo a partire dal calcolo combinatorio e avendo come unica motivazione problematica la soluzione di più o meno intricati quesiti legati a giochi di sorte.

Infatti, benché la formalizzazione del moderno calcolo delle probabilità debba ricondursi alla scuola francese dei secoli diciassettesimo e diciottesimo a partire dai giochi di sorte, in realtà la probabilità ha radici più lontane e meno astratte e ludiche.

Quando si cominciarono a sviluppare le banche e i grandi commerci per mare, ebbero anche origine le compagnie di assicurazione, cui si rivolgevano gli armatori per assicurare le loro navi con il relativo carico.

Storicamente, come ci insegna De Finetti, allora, venne utilizzato per primo il concetto di probabilità (soggettivo), legato alle scommesse su eventi non simmetrici e neppure del tutto ripetibili, come sono i diversi viaggi per mare in cui occorre tener conto di svariate circostanze, combinando opportunamente tutte le informazioni disponibili, per stabilire il premio di una certa assicurazione su cui devono concordare sia l'assicuratore che l'assicurato.

Il valore del premio fornisce indirettamente la valutazione soggettiva di probabilità.

È anche chiaro come osservazioni su precedenti viaggi, compiuti in circostanze analoghe, permettano in questo caso di effettuare delle valutazioni su base statistica delle probabilità che interessano.

Questo esempio storico mostra come sia insensato confondere la definizione e il significato della probabilità con i diversi metodi utilizzabili per la sua valutazione.

Infatti, mai come in questo caso, la probabilità assume il significato di grado di fiducia del soggetto che effettua la valutazione nel verificarsi di un ben preciso evento.

Nel momento di passare dagli eventi alle variabili aleatorie è opportuno evitare di introdurre le variabili aleatorie come funzioni (più o meno misurabili) da uno spazio di probabilità a un insieme numerico opportuno.

Il concetto di variabile aleatoria è molto più immediato e ampio e generalizza direttamente il concetto di evento; si tratta quindi, di un risultato numerico, una misura per esempio, non noto a priori e, di conseguenza, aleatorio. Gli esempi interessanti non mancano: può essere il voto di scrutinio di matematica di un certo studente alla fine della lezione di educazione fisica un ben preciso giorno, o qualsiasi altra misura si voglia rilevare, prima della sua rilevazione (a quel punto diventa un dato), o anche dopo per chi ancora non la conosca.

È importante evitare, in questo percorso di studio delineato dai programmi ministeriali, quelle che De Finetti definiva “pedestri verifiche” e cercare di raggiungere i risultati attraverso “autentiche dimostrazioni”, intendendo con questo le dimostrazioni che si ottengono dal significato profondo dei concetti e dei problemi, piuttosto che dalle manipolazioni di formule matematiche. Afferma De Finetti:

«[...] mi appaiono mere “verifiche” le dimostrazioni:

- di proprietà vettoriali fatte sulle componenti;
- di proprietà dei determinanti basate sugli sviluppi (anziché sul significato come prodotto alterno, volume, o – secondo Bourbaki – omotetia generata mediante potenza esterna);
- di qualunque cosa suscettibile di dimostrazione sintetica, diretta, istruttiva, fatta invece attraverso apparati formali, utili per sviluppi pesanti ma non per chiarire l'essenza dell'argomento»²¹.

Alla filosofia di De Finetti si ispirano i programmi ministeriali, proprio perché particolarmente adatta ad essere svolta in modo interessante, interdisciplinare e secondo un'impostazione fusionista, utilizzando sempre “autentiche dimostrazioni”.

Le idee De Finetti anche in ambito scolastico hanno quindi gettato una “luce nuova” sul vero ruolo della matematica nella nostra società e quale importante strumento essa sia per risolvere i problemi degli uomini.

²¹ B. DE FINETTI, *Teoria delle Probabilità*, Einaudi, 1970, p. 354.

BIBLIOGRAFIA

- E. CASTELNUOVO, *Didattica della matematica*, Firenze, La Nuova Italia, 1964, p. 208.
- B. DE FINETTI, *Filosofia della probabilità*, Milano, Il Saggiatore, 1995, p. 330.
- B. DE FINETTI, *La logica dell'incerto*, Milano, Mondadori, 1989, p. 296.
- B. DE FINETTI, *La matematica per le applicazioni economiche*, Roma, ed. Cremonese, 1961, p. 481.
- B. DE FINETTI, *Un matematico e l'economia*, Milano, F. Angeli, 1969, p. 337.
- B. DE FINETTI, *Probabilità e induzione*, Bologna, Clueb, 1993, p. 524.
- B. DE FINETTI, *La funzione vivificatrice della matematica*, Milano, F. Angeli, 1973, p. 33.
- B. DE FINETTI, *Il saper vedere in matematica*, Torino, ed. Scolastica, 1975, p. 45.

SITI CONSULTATI

www.univ.trieste.it/matappl/

www.matematica.uni-bocconi.it/definetti/definetti.htm