Premio Internazionale INA Accademia Nazionale dei Lincei per le Scienze Assicurative 2005

Relazione del prof. Flavio Pressacco

Roma, 18 gennaio 2006

Bruno de Finetti, le scienze attuariali
e la teoria della finanza nel xx secolo

Autorità, Signore, Signori,

desidero anzitutto ringraziare l'Accademia che ci ospita, l'impresa che sostiene finanziariamente il premio e la commissione che mi ha fatto il grande onore di assegnarmelo per l'anno 2005. Ciò è per me motivo di grande soddisfazione, accresciuta da alcune significative coincidenze. Mi onoro infatti di essere in questo momento presidente dell'AMASES, cioè dell'associazione scientifica cui appartengono o appartenevano non pochi vincitori del premio in precedenti edizioni, e consentitemi di ricordare fra essi quello a cui fui più vicino anche umanamente, l' indimenticabile maestro Luciano Daboni. Siamo inoltre nel pieno dell'anno definettiano, fra il 2005, ventennale della scomparsa e il 2006, centenario della nascita di questo grande scienziato, anche lui ovviamente vincitore a suo tempo del premio e grande ispiratore e punto di riferimento scientifico dell'Associazione. Mi sembra allora opportuno, anzi doveroso, destinare la memoria che si usa presentare nella circostanza all'opera scientifica di B.de Finetti. Ma con un taglio del tutto particolare. Infatti de Finetti è universalmente noto come matematico eccelso, probabilista insigne e raffinato studioso di scienze attuariali. Ma pochi in Italia e quasi nessuno all'estero hanno percezione dell'eccezionale importanza dei contributi apportati da de Finetti al campo, per lui non elettivo, della teoria della finanza e delle decisioni economiche. La memoria si propone dunque di portare alla luce i contributi definettiani, spesso simili a tesori sepolti, ma anche di indagare sui motivi per cui essi rimasero nascosti o anche parzialmente incompiuti, impedendogli di raggiungere nella teoria della finanza il ruolo che, ad esempio, Enrico Fermi ebbe nella fisica atomica.

Per comprendere il legame di B. de Finetti con l'economia e finanza bisogna prendere spunto da tre nomi: **Ulisse Gobbi**, **Vilfredo Pareto** e le **Assicurazioni Generali**. A Ulisse Gobbi si deve il merito di un corso libero universitario di **Economia delle Assicurazioni** (ovvero di **economia dell'incertezza**) che in de Finetti, all'epoca studente nella facoltà di scienze, lasciò una traccia indelebile[1]. Verosimilmente, fu anche sulla spinta di questo stimolo culturale che de Finetti accolse nel 1931 (venticinquenne matematico, già con una solida reputazione di probabilista innovativo) una prospettiva di impiego nel centro studi dell'impresa di assicurazioni triestina. Qui si trovò da un lato ad affrontare i problemi concreti dell'impresa di assicurazioni, e dall'altro ebbe l'opportunità di avvicinarsi alle **scienze attuariali** frequentando regolarmente i convegni ed i congressi nazionali ed internazionali degli Attuari. All'opera di Vilfredo Pareto infine, de Finetti fece ricorso negli anni trenta, alla ricerca di un sicuro riferimento metodologico per orientarsi nel mondo dell'economia teorica ed applicata di quegli anni tumultuosi. Pur non accettando integralmente l'edificio paretiano, de Finetti accolse come basilari premesse ad ogni critica dell'economia politica i concetti paretiani di **ofelimità** (utilità non misurabile) e **optimum** (situazioni che in presenza di una molteplicità di criteri di giudizio consentono solo alternative peggiori almeno rispetto ad un criterio). Il lavoro **"Il problema dei pieni",** scritto nel 1938, come memoria poi risultata vincitrice di un concorso pubblico bandito sull'argomento dal C.N.R., e pubblicato nell'edizione 1940 del G.I.I.A. [7], è indubbiamente il risultato della convergenza di queste vicende umane e di questi orientamenti culturali. Si tratta senza dubbio di uno degli scritti più rilevanti della storia della moderna finanza: in esso si introducono con largo anticipo, e sia pure in modo non sempre esauriente e coerente, concetti e metodi innovativi che altri autori avrebbero presentato solo in anni successivi ricavandone il merito della scoperta e una solida fama internazionale. Si potrebbe dire che, almeno nell'ambito della teoria economico-finanziaria, de Finetti ha seminato ma non ha potuto, voluto o saputo raccogliere quanto meritava. Cercheremo di capire come e perché ciò sia potuto accadere.

Il problema dei pieni dunque. Come detto, nel 1938 il C.N.R. emette un bando per la migliore opera sul tema:" Sulla somma massima che una azienda di assicurazioni può assicurare a proprio rischio. Contributi al problema teorico con riferimenti alla pratica industriale, tenute presenti le possibilità della riassicurazione", e de Finetti risulta vincitore. Nella sua impostazione l'oggetto del bando è tradotto in un problema riassicurativo di determinazione delle scelte ottime di ritenzione (o di cessione) in quote proporzionali di un portafoglio di polizze, ovvero è inquadrato in un'ottica di **economia dell'incertezza**. Segue poi la considerazione che ogni cessione di (parte di una) polizza ha un duplice effetto: riduce la rischiosità del portafoglio (misurata ad esempio dalla sua varianza), ma allo stesso tempo ne riduce anche la profittabilità (misurata dal guadagno atteso o dalla media). Non vi è dunque un solo obiettivo da ottimizzare, come nella visione corrente della **scienza attuariale** dell'epoca (ovvero il contenimento della rischiosità), ma si deve anche massimizzare il guadagno atteso. De Finetti si è con ciò ricondotto ad un tipico **problema di optimum**. In tal modo egli introduce l'approccio **media-varianza** ad un problema **economico-finanziario** (anzi in questo caso assicurativo) in **condizioni di incertezza**. E non si tratta solo di un'innovazione metodologica; teso a risolvere anche il problema pratico, e facendo ricorso come di consueto a brillanti interpretazioni geometriche nell'iperspazio a n dimensioni, de Finetti espone una procedura che consente di ottenere l'insieme di optimum come una **sequenza di segmenti** che congiungono il vertice **1** dell'ipercubo unitario, corrispondente al punto di ritenzione totale (di massima speranza matematica), con il vertice **0** di totale cessione (di minima varianza). Gli estremi dei segmenti sono i punti in cui, secondo la procedura, si ha l'ingresso in riassicurazione di una ulteriore polizza che si aggiunge così ad altre già in precedenza oggetto di parziale riassicurazione. Sul punto ritorneremo più avanti.

Giova fare a questo punto una breve digressione: de Finetti introduce l'approccio media-varianza circa una dozzina di anni prima che compaiano, basati sulla medesima impostazione, benché applicati ad un problema di selezione di un portafoglio di attività finanziarie anziché (ri)assicurative, i lavori [12], [13] che frutteranno ad H. **Markowitz** il Premio Nobel per l'economia 1990 e l'etichetta di **padre fondatore della moderna finanza**. Il contributo di de Finetti rimase invece sconosciuto al mondo dell'economia e confinato in una ristretta cerchia di specialisti del settore assicurativo, purtroppo incapaci di apprezzarne l'importanza di precursore della moderna **teoria del portafoglio**. Più fattori concorsero probabilmente ad una tale imperdonabile sottovalutazione. Anzitutto la **segmentazione disciplinare** prevalente all'epoca (almeno nel nostro paese) fra cultori dell'economia quantitativa e delle scienze attuariali ed esponenti del settore della finanza di impostazione istituzionale e qualitativa. Poi le **barriere linguistiche**, derivanti dalla pubblicazione dello scritto definettiano in lingua italiana e su una rivista prestigiosa ma a circolazione internazionale ristretta al mondo attuariale. Il periodo della pubblicazione- all'inizio del secondo conflitto mondiale- non era poi certamente il più propizio al superamento di tali barriere. Infine è doveroso ricordare che lo stesso autore trascurò di sottolineare il suo contributo. Probabilmente nemmeno egli ne percepì l'importanza, se giunse al punto da non inserirlo nella lista (da lui stesso compilata) dei suoi scritti "aventi attinenza più o meno diretta con problemi di natura economica"[2]. Se è consentita un'autocitazione, si devono al sottoscritto la percezione e la segnalazione, in uno scritto [18] del 1985, della primogenitura definettiana, unitamente ad una comparazione (peraltro non esauriente ma ristretta ad aspetti specifici) dei contributi dei due autori. Ma ora mi pare una colpa più che un merito, per la troppa timidezza dell'intervento e anche per una scelta poco appropriata del veicolo dell'importante informazione (atti di un convegno di prevalente matrice attuariale). Così ci vollero altri venti anni e la pressione più incisiva nel mondo anglosassone di altri nostri più giovani connazionali (Claudio Albanese, Luca Barone e Francesco Corielli), allertati e stimolati da quella segnalazione, perché finalmente si arrivasse ad un pieno e autorevole riconoscimento internazionale. Riporto qui le parole di M. Rubinstein in [20]: *"it has recently come to the attention of economists in the English speaking world that among de Finetti's papers is a treasurer-trove of results in economics and finance written well before the work of the scholars that are traditionally credited with these ideas…de Finetti's 1940 paper (il problema dei pieni N.d.R.) anticipating much of mean variance portfolio theory later developed by H.Markowitz"*, e dello stesso Markowitz in [14]:*" it has come to my attention that, in the context of choosing optimum reinsurance levels, de Finetti essentially proposed mean variance portfolio analysis using correlated risks"*. Ma è tempo di tornare all'aspetto computazionale. Partendo dall'analisi del caso di non correlazione, de Finetti sviluppa il ragionamento che qui in estrema sintesi proponiamo. Dato un vettore di ritenzioni $\underline{x}$ ed indicate con $V(\underline{x})$ ed $E(\underline{x})$ varianza e media del portafoglio trattenuto, va inteso che giocano un ruolo chiave le funzioni

$$F_i(\underline{x}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial V / \partial x_i}{\partial E / \partial x_i} = \sum_j x_i \cdot \frac{V_{ij}}{m_i}$$

Esse esprimono, in funzione del vettore di ritenzioni, il rapporto fra derivata parziale (rispetto alla generica i-esima variabile) della varianza e derivata parziale della media. Rapporto che indica in unità di media (presa come numerario), la diminuzione di varianza corrispondente ad una diminuzione locale (una riassicurazione infinitesima) nella ritenzione dell'i-esimo rischio. Tali funzioni sono dunque un indicatore sintetico della vantaggiosità di una modifica locale nelle condizioni di riassicurazione e guidano la individuazione dei rischi destinati ad essere riassicurati, in un ordine ed una direzione coerenti con l'obiettivo della massima riduzione possibile (a parità di media). Il risultato fondamentale ottenuto da de Finetti per il caso di non correlazione, ed esteso (incautamente come vedremo) al più generale caso di rischi correlati, si può riassumere al modo seguente: per ogni reale F compreso fra 0 ed M=max $F_i(1)$, esiste un (unico) $\underline{x}$ (F) di optimum. Per F=0 è $\underline{x}(0)$ =0, per F positivo, indicando con I($\underline{x}$) e $I_1(\underline{x})$ gli insiemi delle variabili $i \varepsilon I$ per cui $0<x_i<1$, rispettivamente $i \varepsilon I_1$ per cui $x_i =1$, $\underline{x}$ (F) soddisfa le seguenti condizioni: se $i \varepsilon I$ $F-F_i(\underline{x})=0$, se $i \varepsilon I_1$ $F- F_i(\underline{x}) \geq 0$. Se per almeno un $i \varepsilon I_1$ vale il segno di eguaglianza, allora $\underline{x}$ risulta essere estremo di uno dei segmenti che compongono l'insieme di optimum. In particolare se I è vuoto si ha il vertice 1. Si noti che con ciò de Finetti esclude che vi siano punti di optimum con qualche elemento pari a 0 (salvo evidentemente il punto 0 stesso). Tale proposizione è (sempre) vera solo nel caso di non correlazione, e la sua estensione al caso generale di rischi correlati fu almeno dal punto di vista teorico errata. De Finetti fu verosimilmente indotto in questa sorprendente inesattezza dalla convinzione che la proposizione sarebbe stata senz'altro verificata da valori dei parametri (vettore delle medie e matrice, non diagonale, di covarianze) rispecchianti realistici valori di caricamenti di sicurezza e correlazioni. Si veda in proposito [19]. Pare stranissimo che nessuno fino ai giorni nostri abbia percepito questa imprecisione nel lavoro definettiano. In effetti la sottolineatura è recentissima (2005) e si deve proprio a Markowitz.[3] Sembra utile porgere qui quella che avrebbe dovuto essere la versione corretta del risultato definettiano: per ogni reale F compreso fra 0 ed M=max $F_i(1)$, esiste un (unico) $\underline{x}$ (F) di optimum. Per F=0 è $\underline{x}$ (0) =0, per F positivo, indicando con I, I_1, I_0 l'insieme delle variabili $i \varepsilon I$ tali che $0<x_i<1$, di quelle $i \varepsilon I_1$ per cui $x_i =1$, e rispettivamente di quelle $i \varepsilon I_0$ per cui $x_i =0$, risulta se $i \varepsilon I$ $F-F_i(\underline{x})=0$, se $i \varepsilon I_1$ $F- F_i(\underline{x}) \geq 0$ e se $i \varepsilon I_0$ $F- F_i(\underline{x}) \leq 0$, valendo le disuguaglianze strette nei punti interni dei segmenti. A ben vedere, ciò significa, come sottolineato dallo stesso Markowitz, che de Finetti avrebbe potuto anticipare oltre alla teoria media-varianza, anche le cosiddette **condizioni di ottimalità globale** nella programmazione quadratica vincolata[4], che Karush e Kuhn –Tucker [11] avrebbero divulgato nel decennio successivo, fornendo a Markowitz la strumentazione necessaria per proporre **l'algoritmo della linea critica** (ovvero l'analogo della procedura proposta da de Finetti)[5].

Già questi contributi basterebbero a qualificare "Il problema dei pieni" come opera di fondamentale importanza nella storia della moderna finanza. Ma nella seconda parte dello stesso articolo compaiono altri contributi e anticipazioni di straordinario interesse. Dopo aver definito l'insieme di optimum, rimane invero da individuare il punto di tale insieme che meglio soddisfa le esigenze dell'impresa. Per affrontare il problema de Finetti sposta l'orizzonte temporale di riferimento ad uno scenario multiperiodale e definisce un obiettivo in termini di probabilità di rovina dell'impresa con riferimento ad un orizzonte asintotico. Si noti che la probabilità di rovina non viene minimizzata, ma fissata ad un livello accettabile in tale orizzonte. Impostato il problema in questo modo, de Finetti ricorre ad un ragionamento in cui si fondono conoscenze specialistiche di calcolo delle probabilità e cultura attuariale nel settore della cosiddetta teoria del rischio, sviluppata all'inizio del secolo particolarmente dalla scuola scandinava[6]. Il problema viene infatti schematizzato nei termini dei **modelli cosiddetti di rovina del giocatore**. Tali schemi riferiti a due soggetti che affrontano una sequenza di partite eque (a guadagno atteso nullo) ed indipendenti, forniscono la probabilità asintotica di rovina (cioè di esaurimento in qualche istante futuro delle proprie risorse) di ciascuno dei due giocatori in funzione delle risorse iniziali di ambedue. Nel caso asimmetrico in cui un giocatore dotato di risorse limitate affronta un avversario non fallibile, la rovina del primo è certa. E l'impresa di assicurazioni deve essere assimilata secondo de Finetti ad un giocatore dotato di risorse iniziali limitate G, che si trova di fronte una comunità di assicurati non fallibile. Se il gioco fosse equo (ovvero il guadagno atteso in ogni partita-esercizio fosse nullo) il fallimento dell'impresa sarebbe dunque certo. Ma non è questo il caso: in conseguenza dei caricamenti di sicurezza, il guadagno atteso in ogni esercizio è positivo e ciò consente di valutare come possibile, ma non certa, la rovina asintotica in una sequenza di partite indipendenti ed **analoghe** in un senso da precisare opportunamente. Fissata la disponibilità iniziale G, la probabilità di tale evento è pari a $\exp(-G\beta)$, il numero positivo β essendo appunto un **coefficiente** riassuntivo della caratteristica **comune** dei portafogli di ogni singolo esercizio. Precisamente, indicando come d'uso con Y_h il guadagno aleatorio di ogni singolo esercizio e con $\Psi_X(t)$ la $E(\exp(tX))$, tale coefficiente soddisfa la $\Psi_{Yh}(-\beta) = E(\exp(-\beta Y_h)= 1$. Fissato l'obiettivo della probabilità asintotica di rovina p e data la ricchezza iniziale G, risulta immediato determinare $\beta=(-1/G)\ln(p)$ e (meno immediato) scegliere quindi in ogni esercizio il portafoglio Y_h di optimum per cui $\Psi_{Yh}(1/G)\ln(p)=1$.

Insomma questo artificio consente a de Finetti di dimostrare che la probabilità asintotica di rovina di un'impresa di assicurazioni dotata di ricchezza iniziale G, che in ogni esercizio pratichi politiche riassicurative tali che il proprio portafoglio è caratterizzato da un coefficiente β, è pari a $\exp(-\beta G)$. Posta in questi termini la questione è matematicamente limpida ma economicamente criptica. Cosa significa predisporre una sequenza di portafogli di polizze, tutti caratterizzati dal coefficiente β? In presenza di una utilità esponenziale di coefficiente β, (più formalmente quando la funzione di utilità del denaro dell'impresa sia $u(x)=1-\exp(-\beta x)$, cioè l'utilità attesa di una partita Y_h sia $Eu(Y_h)= E(1-\exp(-\beta Y_h))$, equivale ad accettare una **sequenza di partite indifferenti**, ovvero a incremento di utilità nullo. In questo articolo dunque (pensato nella seconda metà degli anni trenta, scritto nel 1938 e pubblicato nel 1940), de Finetti oltre a porre nella prima parte le basi dell'approccio media varianza per la soluzione di problemi di portafoglio, aveva anche introdotto nella seconda parte l'idea del **criterio decisionale dell'utilità attesa**, sia pure nel particolare caso dell'utilità esponenziale. Anche in questo caso un'anticipazione (peraltro inconsapevole) di un fondamentale pilastro della teoria delle decisioni economico-finanziarie.

Ma di ciò de Finetti ebbe chiara percezione solo più tardi, dopo aver preso conoscenza della fondamentale opera di Von Neumann e Morgenstern [21] in cui era stata esposta una teoria neo-bernoulliana dell'utilità misurabile (a meno di trasformazioni lineari), collegata a giudizi di preferibilità fra situazioni aleatorie[7]. Fu allora in grado di ricondurre la sua impostazione al nuovo paradigma, definendone in un altro magistrale scritto [8] i concetti chiave. Si tratta della **funzione di avversione assoluta al rischio** (l'opposto del rapporto fra derivata seconda e derivata prima della funzione di utilità, invariante per trasformazioni lineari della funzione stessa); del **premio di probabilità** (la differenza fra probabilità di vittoria e di sconfitta che rende indifferente una scommessa di importo h); **del premio di rischio** (la perdita certa indifferente ad una scommessa di importo h). Nello stesso articolo si dimostra che ambedue i premi sono (almeno localmente cioè per h piccolo) funzioni direttamente proporzionali all'avversione assoluta al rischio; inoltre si individua la funzione di utilità esponenziale $u(x)= 1-\exp(-\alpha x)$, come quella caratterizzante un atteggiamento di **avversione assoluta al rischio α costante**. E tale atteggiamento è appunto collegato, sia pure in una brevissima puntualizzazione di appena nove righe, alla teoria asintotica del rischio, con l'esplicita affermazione che il criterio classico del livello di rischiosità (enunciato nel problema dei pieni) coincide, nel caso di avversione al rischio costante, con il criterio dell'utilità (attenzione non nel senso ottimizzante ma nel senso dell'indifferenza). Trattasi di un complesso di concetti e risultati considerati di grandissimo rilievo nella teoria delle decisioni economiche e universalmente attribuiti a lavori di Arrow [1] e Pratt [17] comparsi verso la metà degli anni sessanta, cioè ancora una volta almeno una dozzina di anni dopo i pionieristici contributi di de Finetti. Anche codesta rivendicazione di primogenitura si deve, in interventi della seconda metà degli anni 80, alla scuola attuariale triestina[8]. Si vedano in proposito [4] e [5]. E anche su questo punto il riconoscimento internazionale è avvenuto recentemente, sempre ad opera di Rubinstein [20]: *" in 1952 anticipating K.Arrow and J.Pratt by over a decade, he formulated the notion of absolute risk aversion, used it in connection with risk premia for small bets and discussed the special case of constant risk aversion".*

Ho lasciato per ultimo il riferimento alla connessione fra l'opera di de Finetti e l'altra fondamentale intuizione della teoria della finanza del secolo scorso: il paradigma del prezzamento per assenza di opportunità di arbitraggio, utilizzato da Black-Scholes [2] e Merton [15] per la valutazione di opzioni e altri derivati e poi rigorosamente formalizzato da Harrison-Kreps [10]. Infatti questa connessione ha connotati differenti, nascendo da una sorta di inversione metodologica. Invero de Finetti non fu solo un matematico capace di usare strumentazione, modellistica e metodologia logico-matematica al fine di risolvere problemi economico-finanziari. Al contrario utilizzò anche concetti e categorie economico-finanziarie per obiettivi matematici e probabilistici. L'esempio più significativo di questo approccio si ritrova nella definizione di probabilità di un evento come prezzo di un investimento a rendimento aleatorio legato al valore logico assunto dall'evento stesso. Ragionando, sempre in termini economici, sulle condizioni che i prezzi di investimenti collegati debbono soddisfare, de Finetti giunse a definire una condizione di coerenza che dal punto di vista matematico sta alla base del funzionamento della teoria delle probabilità, mentre in termini economici costituisce esatta controparte del principio di assenza di opportunità di arbitraggio. Si veda [6]. E giova notare che questa condizione riguarda sia un modello uniperiodale (teorema delle probabilità totali), che, previa introduzione del concetto di probabilità subordinata, ovvero di prezzo di un investimento condizionato ad un certo stato di informazione, quello multiperiodale (teorema delle probabilità composte). Un approccio veramente moderno!

Possiamo dunque concludere che de Finetti fu straordinario anticipatore di paradigmi (media-varianza, utilità attesa e assenza di arbitraggi), centrali sia nella teoria che nella pratica (fondi comuni, opzioni e altri derivati) della moderna finanza. Un ruolo positivo in queste scoperte è sicuramente da attribuirsi all'utilissima esperienza nel settore assicurativo e ai connessi stimoli forniti dal contatto ravvicinato con le scienze attuariali. Per contro fu indubbiamente dannosa la sua prolungata estraneità alle strutture universitarie, a cui ebbe accesso strutturato solo verso la fine degli anni trenta, ma con effetti concreti, a causa del periodo bellico, solo alla fine del decennio successivo. Ciò gli impedì di avere al momento giusto interlocutori ed allievi con i quali intrattenere un dialogo utile ad evitare qualche imprecisione (come la congettura dell'ultimo segmento), ma soprattutto a fornirgli (sempre al momento giusto) collegamenti con gli esponenti anglosassoni (english speaking world) del settore disciplinare economico-finanziario, collegamenti cui pervenne solo all'inizio degli anni sessanta, utilizzandoli peraltro principalmente per gli aspetti probabilistici (Savage) o econometrici (Frish-Tinbergen-Morishima) . Oggi, nel centenario della sua nascita, penso che la comunità scientifica e finanziaria italiana possa finalmente colmare questa lacuna e rivendicare con orgoglio la grande qualità e l'assoluto livello internazionale **anche in questo settore disciplinare** di uno dei suoi massimi esponenti.

NOTE

[1]Secondo quanto egli stesso asserisce in [9] pag.26 nota 3:"mi è stata comunque assai gradita per il ricordo indelebile delle lezioni che mi aprirono la visione su nuovi orizzonti".

[2] Lista pubblicata in calce a [9] pag.335 e segg.. Comprende ben 46 lavori, ma non quello in questione!

[3] "de Finetti last segment conjecture is not correct" in [14].

[4] Si può dire tranquillamente che de Finetti utilizzò, sia pure inconsapevolmente e in una versione diciamo così unilaterale, le condizioni di ottimalità globale.

[5] In tal senso appare piuttosto ingenerosa l'asserzione di Markowitz, sempre in [14], che "de Finetti did not solve the problem of computing mean variance efficient reinsurance frontier with correlated risks". Sulla adattabilità al caso di correlazione, della procedura suggerita da de Finetti, è in fase di avanzata preparazione un lavoro di F.Pressacco e P.Serafini (ordinario di Ricerca Operativa nella facoltà di Scienze dell'Università di Udine).

[6] Anche la scuola attuariale italiana diede notevoli contributi alla teoria del rischio. Oltre a de Finetti si vedano in proposito le opere di Cantelli [3] e G.Ottaviani [16].

[7] Va detto che de Finetti si rammaricò di non aver accolto immediatamente questa impostazione. A tale proposito così si esprimeva in [9] pag.69. "Questo modo di introdurre e definire l'utilità in senso probabilistico (ovvero l'utilità attesa) era molto vicino a quello da me proposto (nel 1930). La differenza era che io intendevo basare sul medesimo ordine di idee solo la nozione di probabilità, senza occuparmi dell'utilità; perché?…..ero perplesso per motivi che non posso ora non riconoscere infondati……L'idea che il rifiuto della nozione di utilità misurabile da parte di Pareto costituisse un progresso del pensiero scientifico, mi dava l'impressione che ogni riabilitazione di quella nozione fosse un passo indietro…..Di qui un aspetto autocritico (ibidem pag 67) non certo per il lato personale del tutto irrilevante, quanto come ammonimento circa le difficoltà di sottrarsi a preclusioni mentali [inconsce) anche da parte di chi le deplora e combatte.

[8] Va detto che tale scuola utilizzò ampiamente e con successo, sin dall'inizio degli anni 60, per opera degli allievi prediletti C.de Ferra e L.Daboni l'utilità bernoulliana per la trattazione di problematiche assicurative.

BIBLIOGRAFIA

[1] ARROW J.K., 1971 *The theory of risk aversion.* Essays in the theory of risk bearing". Markham.Chicago,90-120.

[2] BLACK F., SCHOLES M., 1973. *The pricing of options and corporate liabilities*. Journal of Political Economy 81, 637-659.

[3] CANTELLI F.P., 1917. *Su due applicazioni di un teorema di G.Boole alla statistica matematica*.Atti Accademia Lincei.Roma.

[4] DABONI L., PRESSACCO F., 1987 *Mean variance, expected utility and ruin probability in reinsurance decisions*. Probability and Bayesian Statistics. Viertl ed.Plenum Press 121-128.

[5] DE FERRA C., PRESSACCO F.,1986. *Contributi alla teoria delle decisioni*.Atti del convegno Ricordo di B.de Finetti. Dipartimento di Matematica B.de Finetti.Trieste 171-179.

[6] de FINETTI B.,1937 *La prevision : seslois logiques, ses sources subjectives*. Annales de l'Institute H.Poincarè VII fasc.1.1-78.

[7] de FINETTI B., 1940. *Il problema dei pieni* .G.I.I.A. 9. 1-88

[8] de FINETTI B., 1952. *Sulla preferibilità*.Giornale degli economisti e Annali di Economia. 6.176-200.

[9] de FINETTI B., 1969. *Un matematico e l'economia*. F.Angeli. Milano

[10] HARRISON M., KREPS D.,1979. *Martingales and arbitrage in multiperiod security markets*. Journal of Economic Theory 20.381-408.

[11] KUHN H.W.,TUCKER A.W., 1951 *Non linear programming*. Proceedings of the second Berkeley Symposium on Mathematics,Statistics and Probability.J.Neyman ed. Uiversity of California Press.

[12] MARKOWITZ H., 1952. *Portfolio selection* , Journal of Finance 6. 77-91

[13] MARKOWITZ H., 1956. *The optimization of quadratic functions subject to linear constraints*. Naval Research Logistic Quarterly .3. 111-133.

[14] MARKOWITZ H.,2005. *de Finetti scoops Markowitz*. Journal of Investment Management

[15] MERTON R. 1973. *Theory of rational option pricing*. Bell Journal of Economics and Management Science.141-183.

[16] OTTAVIANI G.,1940. *La teoria del rischio di Lundberg e il suo legame con la teoria classica del rischio*. G.I.I.A. 163-189

[17] PRATT J.,1964 *Risk aversion in the small and in the large*, Econometrica 32, 132-136.

[18] PRESSACCO, F.,1985. *Separation theorems in proportional reinsurance* in Insurance and Risk Theory, M.Goovaerts et al ed. D.Reidel Publishing.209-215.

[19] PRESSACCO F., 2005. *de Finetti , Markowitz e la congettura dell'ultimo segment*o. Rendiconti per gli Studi Economia Quantitativa. Università Venezia.Numero speciale in onore di G.Castellani 61-72.

[20] RUBINSTEIN M.,2005. *B.de Finetti and mean variance portfolio selection*.Journal of Investment Management.

[21] VON NEUMANN J., MORGENSTERN O. 1944. *Theory of Games and Economic Behavior*. Princeton N.J. Princeton University Press